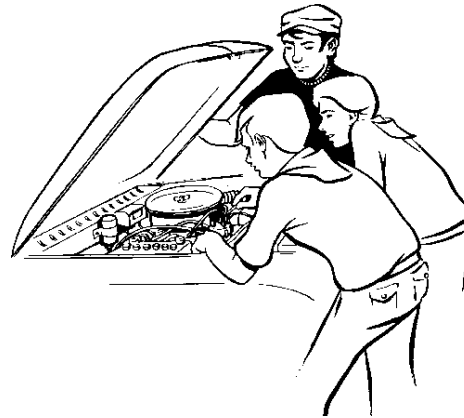




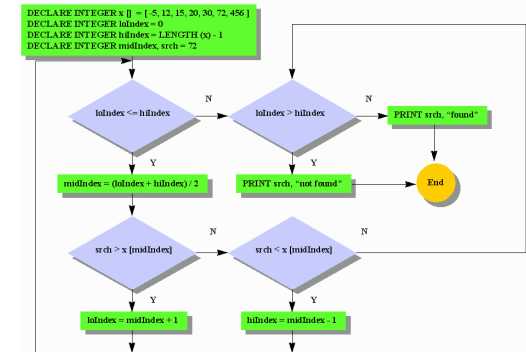
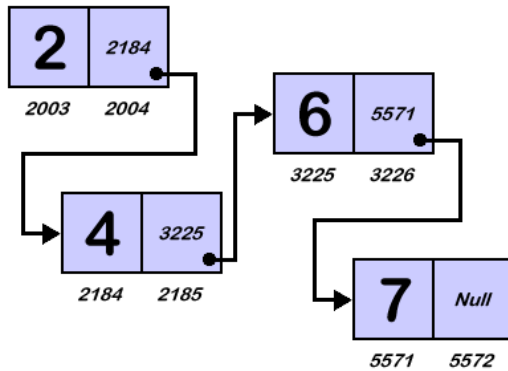
# 3. prednáška (28.2.2022)



## Údajové štruktúry

alebo

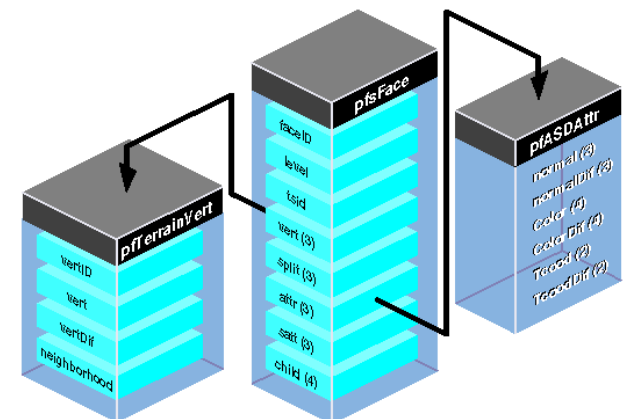
čo sa skrýva  
pod kapotou JCF





# Plán na dnes

- Čo sa skrýva v ArrayList-e?
- **Spájané zoznamy** (alebo čo sa skrýva v LinkedList-e)
- Ďalšie užitočné údajové štruktúry:
  - **Zásobník** a jeho použitie
  - **Rad** je jeho použitie
- **Prehľadávanie bludiska**





# Kam ukladať veľa údajov?

- Na uloženie väčšieho množstva údajov sme sa naučili používať:

- **polia** (`Udaj[] udaje = new Udaj[100]`)
- **kolekcie** z Java Collections Framework-u
  - rozhranie **List** a jeho implementácie `ArrayList<E>`, `LinkedList<E>`
  - rozhranie **Set** a jeho implementácie `HashSet<E>`, `TreeSet<E>`, `LinkedHashSet<E>`



- JCF poskytuje
  - **rozhrania** (čo to má robiť)
  - **implementácie** (ako to má robiť)



# Spomienky na List-y

- Implementácie rozhrania **List<E>**
  - ukladajú hodnoty za sebou, sú prístupné indexom
  - akoby „dynamické“ pole - vieme meniť počet prvkov
- Rozhranie List<E> predpisuje základné metódy na prácu so zoznamami:
  - **add** - pridanie na koniec, resp. na zadanú pozíciu
  - **remove** - odstránenie prvku na zadanej pozícii
  - **get** - získanie prvku na zadanej pozícii
  - **set** - nastavenie prvku na zadanej pozícii





# Ako funguje ArrayList?

- **ArrayList<E>**

- interne na uloženie hodnôt využíva pole:

```
public class ArrayList<E> implements List<E> {  
    private E[] prvky = new E[0];  
}
```

Interné pole hodnôt

- **Veľkosti polí meniť nemožno:**

- pri každom add a remove sa vytvára nové pole





# Aký rýchly je ArrayList?

- Koľko trvá (koľko krokov vykoná) metóda `add`?

```
public boolean add(E hodnota) {  
    E[] novePrvky = (E[])new Object[prvky.length+1];  
  
    for (int i=0; i<prvky.length; i++)  
        novePrvky[i] = prvky[i];  
    novePrvky[novePrvky.length-1] = hodnota;  
  
    prvky = novePrvky;  
}
```

Ak máme v ArrayList- $n$  prvkov, operácia `add` má časovú zložitost'  $O(n)$



# Ako na rýchlejší ArrayList?

- Nahradenie for-cyklu volaním `System.arraycopy` 

- to nepomôže, pretože kopírovací cyklus s časovou zložitost'ou  $O(n)$  je skrytý v metóde `arraycopy`

- Nemeniť veľkosť interného poľa vždy 

- veľkosť poľa budeme zväčšovať/zmenšovať vždy o 100 prvkov (resp. iný vhodný počet prvkov)

- zoznam má:

- **veľkosť** (size) - počet uložených hodnôt
- **kapacitu** (capacity) - veľkosť interného poľa, z ktorého prvých size políčok obsahuje „platné“ hodnoty

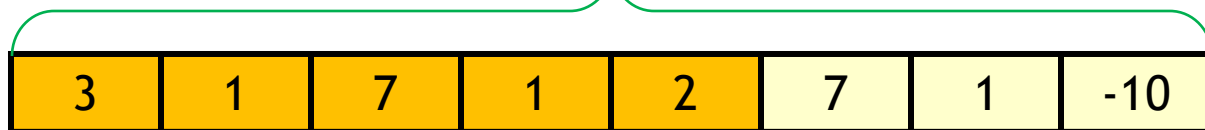




# ArrayList s kapacitou (1)

kapacita = 8

kapacita = `prvky.length`

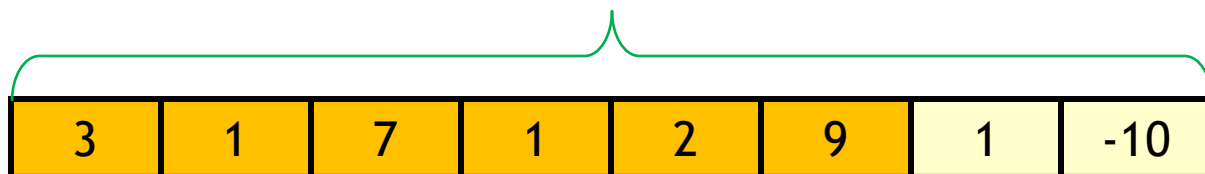


vel'kost' = 5

Po vykonaní `add(9)`

kapacita = 8

`prvky[vel'kost]` = hodnota;  
`vel'kost++`;



vel'kost' = 6

vel'kost' = počet uložených prvkov





# ArrayList s kapacitou (2)

- Výhody poľa s kapacitou
  - ak kapacita stačí, **add** (**remove**) na koniec zoznamu vieme realizovať v čase  $O(1)$ 
    - zvýšenie premennej s veľkosťou (size) o 1
    - uloženie hodnoty na príslušný index interného poľa
  - ak kapacita nestačí, musíme vyrobiť nové pole a kopírovať, t.j. časová zložitost' je  $O(n)$
- Ak je veľa neobsadených políček, zmenšíme pole
- Nastavovanie kapacity v **ArrayList**-e cez metódu ***ensureCapacity***



# ArrayList s kapacitou (3)

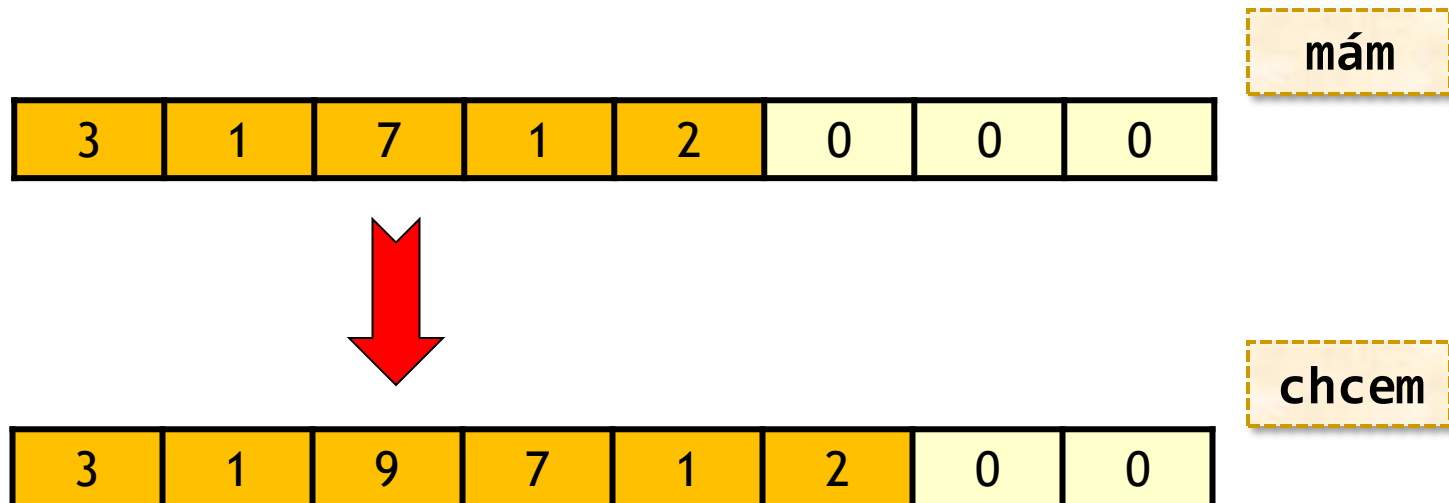
- Sumarizácia časovej zložitosti ArrayList-u:
  - get  $O(1)$ , set  $O(1)$
  - add na koniec:
    - väčšinou  $O(1)$
    - niekedy  $O(n)$ , keď nová veľkosť má byť väčšia ako kapacita
  - remove z konca:
    - väčšinou  $O(1)$
    - niekedy  $O(n)$ , keď máme príliš „neobsadených“ políček

**A čo add a remove na začiatku alebo v strede?**



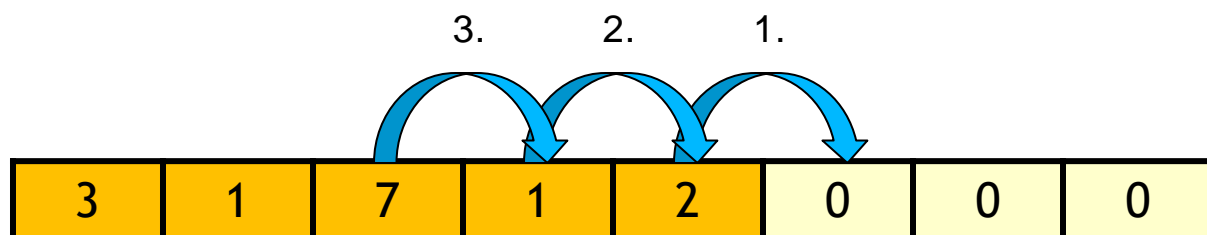
# ArrayList s kapacitou (4)

- Za predpokladu, že máme dostatočnú kapacitu, aká je zložitost' `add(2, 9)`, t.j. pridania hodnoty 9 na index 2?





# ArrayList s kapacitou (5)



```
for (int i=velkost-1; i>=index; i--)
    prvky[i+1] = prvky[i];
prvky[index] = hodnota;
```

add(2, 9)

index

hodnota

Pozor na poradie  
kopírovania  
hodnôt

Po posunutí (vytvorenie miesta):



Po uložení hodnoty na index 2:





# ArrayList s kapacitou (6)

- Za predpokladu, že máme dostatočnú kapacitu, aká je zložitosť  $\text{add}(0, x)$ , t.j. pridania hodnoty na 0-tý index?
  - všetky hodnoty v internom poli musíme vždy posunúť o jedno miesto vpravo
  - posun  $n$  hodnôt v poli trvá  $O(n)$
  - **záver:** kapacita pomôže pri pridávaní na koniec, ale nie pri pridávaní na iné pozície



# Výzva

Demo

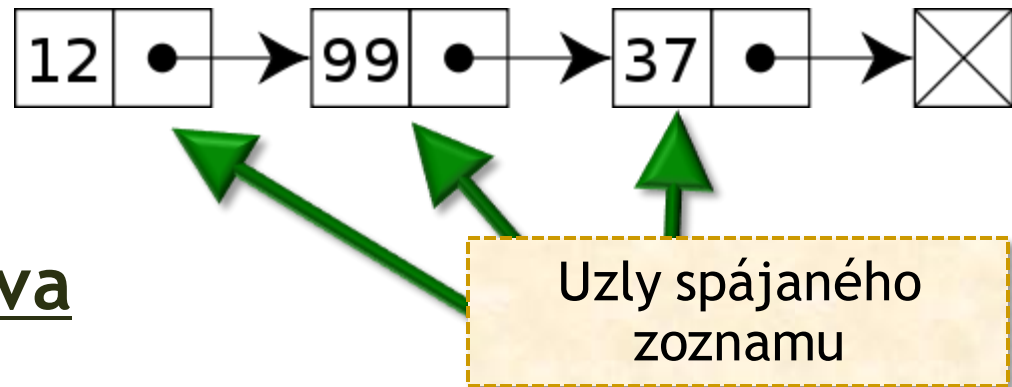
Ide uložit' zoznam hodnôt tak, aby sme **nemuseli** robiť v pamäti **presuny** pri každom vložení novej hodnoty do tohto zoznamu?





# Spájaný zoznam

- **údajová štruktúra** na uloženie zoznamu hodnôt
  - hodnoty (prvky) v zozname majú poradie
- prvky zoznamu sú v samostatných objektoch - **uzloch** (ang. node)



- každý **uzol** uchováva
  - **hodnotu**
  - **referenciu** (navigáciu) na uzol, ktorý uchováva nasledujúcu hodnotu v zozname



# Uzol spájaného zoznamu

```
public class Uzol {  
    int hodnota;  
    Uzol dalsi;  
}
```

Hodnota uložená v uzle  
spájaného zoznamu

Referencia na uzol  
obsahujúci nasledujúcu  
hodnotu v spájanom  
zozname.

Spájaný zoznam je „rekurzívna“ údajová  
štruktúra - opis triedy zahŕňa referencovanie  
objektov opisovanej triedy





# Spájaný zoznam v Java

```
public class SpajanyZoznam {
    private static class Uzol {
        int hodnota;
        Uzol dalsi;
    }
}
```

Vnútoraná (a privátna)  
trieda pre uzly  
zoznamu.

```
private Uzol prvý = null;
}
```

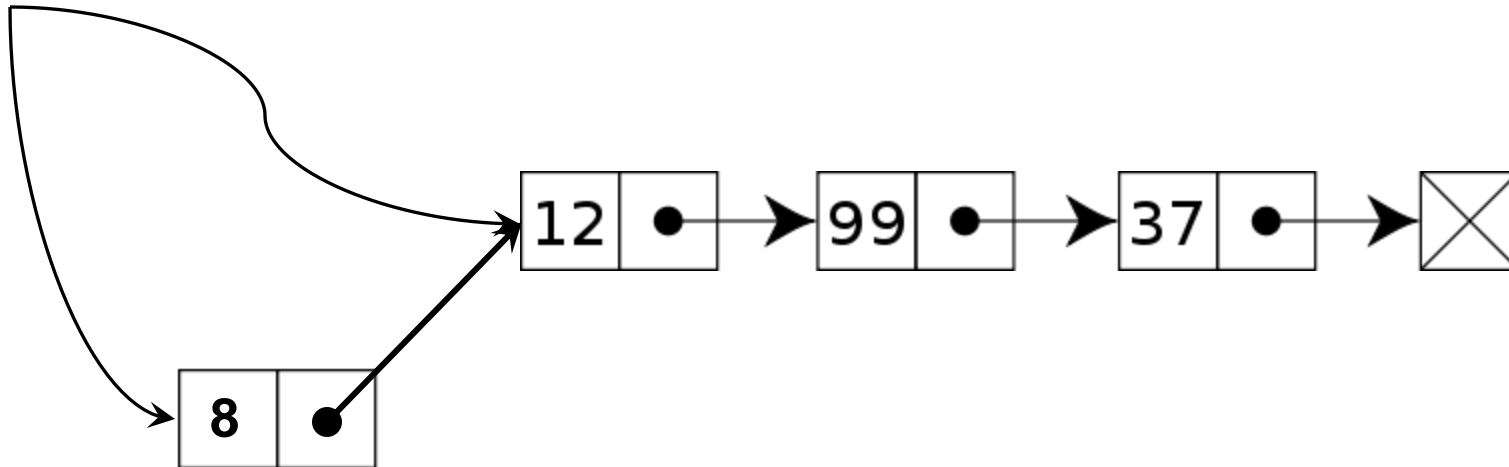
Referencia na **prvý**  
**uzol** v zozname.

Na začiatku v zozname  
niet uzlov.



# Pridanie na začiatok zoznamu

prvy



```

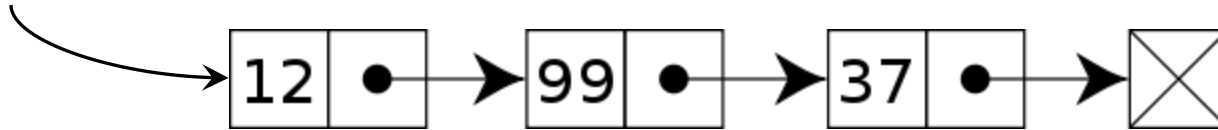
public void pridajNaZaciatok(int hodnota) {
    ➡ Uzol pridavany = new Uzol();
    ➡ pridavany.hodnota = hodnota;
    ➡ pridavany.dalsi = prvy;
    ➡ prvy = pridavany;
}

```



# Prechod spájaným zoznamom

**prvy**



Referencia na uzol, na ktorom sa **práve nachádzame**.  
Štartujeme od prvého.

Kontrola, či premenná `aktualny` referencuje nejaký uzol...

**Presun** na ďalší uzol v zozname.

```
public int sucet() {
    Uzol aktualny = prvý;
    int vysledok = 0;
    while (aktualny != null) {
        vysledok += aktualny.hodnota;
        aktualny = aktualny.dalsi;
    }
    return vysledok;
}
```



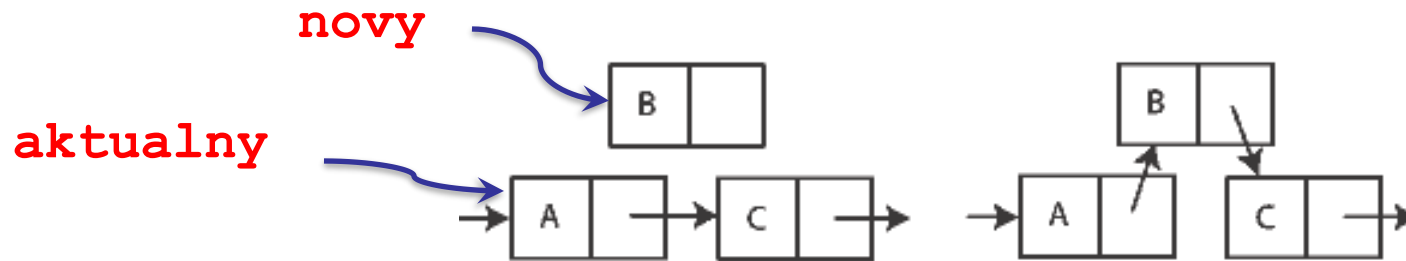
# Prechod spájaným zoznamom

- Základná schéma na prechod spájaným zoznamom (iteráciu jeho prvkami):

```
Uzol aktualny = prvky;  
while (aktualny != null) {  
    //... práca s aktuálnym uzlom ...  
    aktualny = aktualny.dalsi;  
}
```



# Vloženie uzla do zoznamu



C

```

novy.dalsi = aktualny.dalsi;
aktualny.dalsi = novy;

```

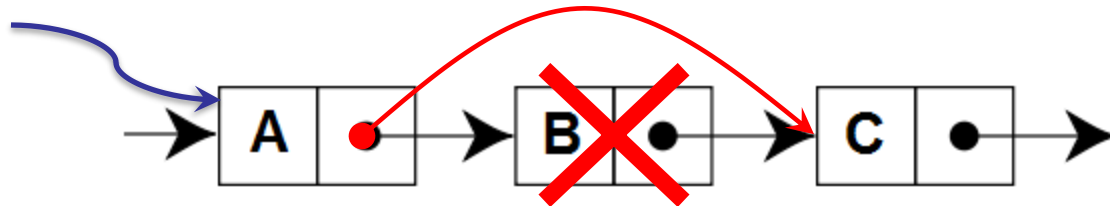
Počet operácií (čas):  $O(1)$



# Odstránenie uzla zo zoznamu



aktualny



aktualny.dalsi =  $\underbrace{\text{aktualny.dalsi.dalsi}}_B$ ; C

Počet operácií (čas):  $O(1)$



# Výber *i*-teho prvku

```

public int get(int index) {
    Uzol aktualny = prvny;
    int pozicia = 0;
    while (aktualny != null) {
        if (pozicia == index)
            return aktualny.hodnota;

        aktualny = aktualny.dalsi;
        pozicia++;
    }
    throw new IndexOutOfBoundsException();
}

```

Prechádzame zoznamom a pamätáme si, na koľkom v poradí uzle sme.

Ak sme našli správny uzol, vrátime hodnotu a končíme.

Ak sme došli sem, tak sme nenašli správny uzol.

Počet operácií v najhoršom prípade:  $O(n)$



# Vylepšenia

- Okrem referencie na prvý uzol si pamätáme aj **referenciu na posledný uzol** v zozname
  - pridanie na koniec zoznamu v čase  $O(1)$ , keďže nemusíme hľadať koniec
  - metódy modifikujúce zoznam **musia aktualizovať** aj referenciu na aktuálne posledný uzol v zozname
- Pamätáme si **aktuálny počet uzlov** v zozname
  - dokážeme rýchlo overiť platnosť indexu a povedať, koľko hodnôt máme v zozname

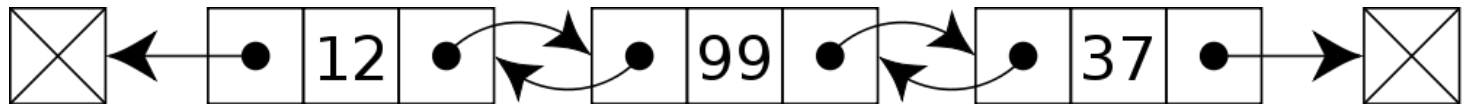




# Variácie spájaných zoznamov

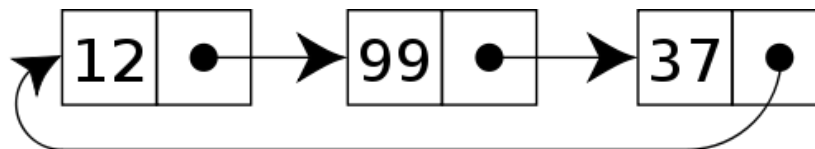
## ● Obojsmerný spájaný zoznam:

```
public class Uzol {
    int hodnota;
    Uzol dalsi;
    Uzol predchadzajuci;
}
```



## ● Cyklický spájaný zoznam:

- posledný uzol má ako nasledovníka prvý uzol





# Sumarizácia spáj. zoznamov

- Počet operácií v najhoršom prípade (= keď máme smolu):
  - get -  $O(n)$ , set -  $O(n)$
  - pridanie na začiatok a na koniec:  $O(1)$
  - pridanie/odobranie (bez nájdania pozície):  $O(1)$
- Trieda `LinkedList<E>` na uloženie zoznamu interne využíva *obojsmerný spájaný zoznam*.
- Kedy ich teda **použiť**?
  - „pracujeme“ na začiatku alebo konci zoznamu
  - prechádzame zoznam iterátorom (for-each cyklus)



## Na čo ešte ide použiť spáj. zoznam?

- Dve údajové štruktúry, kde sa pracuje **len na „koncoch“**:

**Zásobník  
(Stack)**

**Rad  
(Queue)**

*Zásobník a rad ide implementovať aj inak ako s použitím spájaných zoznamov (viac na cvičeniach)*



# Zásobníky v reálnom svete

- Základné operácie:
  - vieme **pridať** tanier na vrch zásobníka
  - vieme **odobrať** tanier z vrchu zásobníka
  - vieme zistiť, či je zásobník **prázdny**
- Štruktúra je typu **LIFO**: *last in first out*





# Zásobníky v Java

- Zásobníky sú v Java implementované triedou **Stack<E>** so základnými operáciami:
  - E **push**(E item) – pridá objekt na vrch zásobníka
  - E **pop**() – vráti a odstráni objekt z vrchu zásobníka
  - E **peek**() – vráti objekt z vrchu zásobníka, no neodstráni ho zo zásobníka
  - **boolean empty**() – vráti, či je zásobník prázdny
- Príklady: **Stack<Integer>**, **Stack<String>**, **Stack<Character>**, ... pre primitívne typy musíme použiť wrapovacie triedy



# Na čo je zásobník dobrý?

- **Zásobník (Stack)** je často používaná údajová štruktúra
  - **call-stack** je zásobník volaní
- rozpoznávanie reťazcov určitého tvaru:
  - $a^n b^n$  - reťazce z písmen **a** a **b**, kde najprv ide  $n$  **a**-čok a potom  $n$  **b**-čok
  - rozpoznanie správne ozátvorkovaného výrazu
  - rozpoznanie správne ozátvorkovaného výrazu s viacerými sadami zátvoriek (**(, <, {, }, >, )**), ...
  - spracovanie HTML a XML dokumentov



# Správne ozátvorkovaný výraz

- Zadanie:  $(\{()\})((\ \ ))$  ✓     $((\ \ ))(\ \ )$  ✗
- Princíp naivného riešenia:

( $\{(\ \ )\}$ )( $(\ \ )(\ \ )$ )

↓

( $\{\ \ }\}$ )( $(\ \ )(\ \ )$ )

```

StringBulder sb = new StringBulder(vyraz);
int idxZatvoriek;
do {
    // nájdi dobrý pár susediacich zátvoriek
    idxZatvoriek = sb.indexOf("(");
    if (idxZatvoriek < 0) {
        idxZatvoriek = sb.indexOf("{}");
    }

    // odstráň dobrý pár z výrazu (ak existuje)
    if (idxZatvoriek >= 0) {
        sb.delete(idxZatvoriek, idxZatvoriek + 2);
    }
} while (idxZatvoriek >= 0);

```

$O(n)$  →

$O(n) \circlearrowleft$  {

$O(n)$  →

$O(n^2)$



# Správne ozátvorkovaný výraz

## ● Princíp riešenia:

$(\{\{()\})((())$  ✓       $((())\})()$  ✗

- postupne čítame vstup po znakoch
- ak čítame **otváraciu** zátvorku, tak ju len **vložíme** do zásobníka
- ak čítame **uzatváraciu** zátvorku, tak **overíme**, či na vrchu zásobníka je príslušná otváracia zátvorka
  - **áno**: vyberieme zátvorku zo zásobníka
  - **nie**: vstup nie je správne ozátvorkovaný výraz
- po prečítaní vstupu musí byť zásobník **prázdny**

*Simulácia a experimenty  
na cvičeniach*





# Testovanie pre jednu sadu

```

public static boolean spravneOzatkovkovany(String vyraz) {
    Stack<Character> zasobnik = new Stack<Character>();

    for (int i=0; i<vyraz.length(); i++) {
        char znak = vyraz.charAt(i);
        if (znak == '(')
            zasobnik.push(znak);

        if (znak == ')') {
            if (zasobnik.isEmpty())
                return false;

            if (zasobnik.pop() != '(')
                return false;
        }
    }

    return zasobnik.isEmpty();
}

```

Ak na vrchu zásobníka nie je  
otváracia zátvorka, tak  
končíme.





# Rady v reálnom svete

- Ciel' radu:
  - spravodlivo čakať na niečo
- Základné operácia štruktúry rad:
  - postaviť sa **na koniec** radu
  - ako **prvý** v rade byť „**vybraný**“
- Štruktúra **FIFO** - first in first out





# Rady v Java

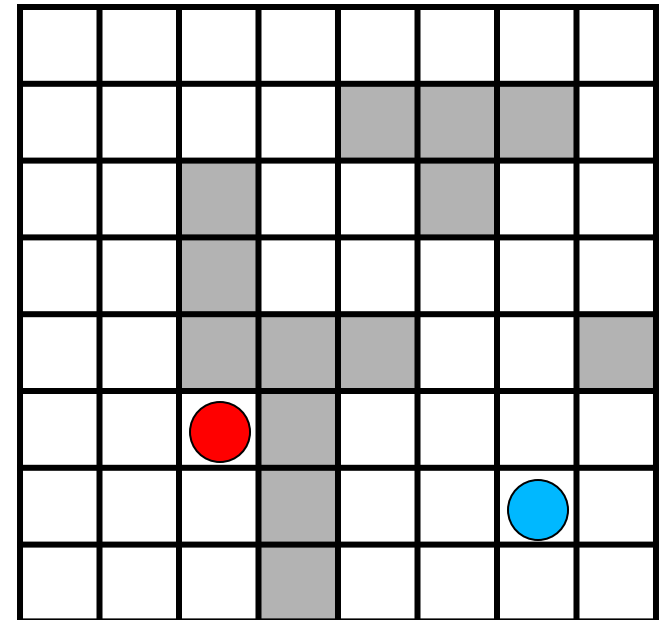
- Rady v Java sú implementované triedami, ktoré implementujú rozhranie **Queue<E>**
- Základné metódy rozhrania **Queue<E>**:
  - **boolean offer**(E item) - vloží objekt na koniec radu a vráti, či sa objekt podarilo vložiť
  - **E poll**() - vráti prvý objekt v rade, *null* ak v rade nie je žiaden objekt
  - **boolean isEmpty**() - vráti, či je rad prázdny
- Implementácia **Queue<E>**: **LinkedList<E>**



# Ako nájsť cestu v bludisku

## ● Bludisko:

- mriežkový labyrint s políčkami
- niektoré políčka sú voľné, niektoré sú obsadené
- **š**tartové a **ci**eľové políčko
- v jednom kroku sa vieme posunúť v jednom zo 4 smerov (vľavo, vpravo, hore, dole)
- ako sa **čo najrýchlejšie** dostať zo štartu do cieľa ?



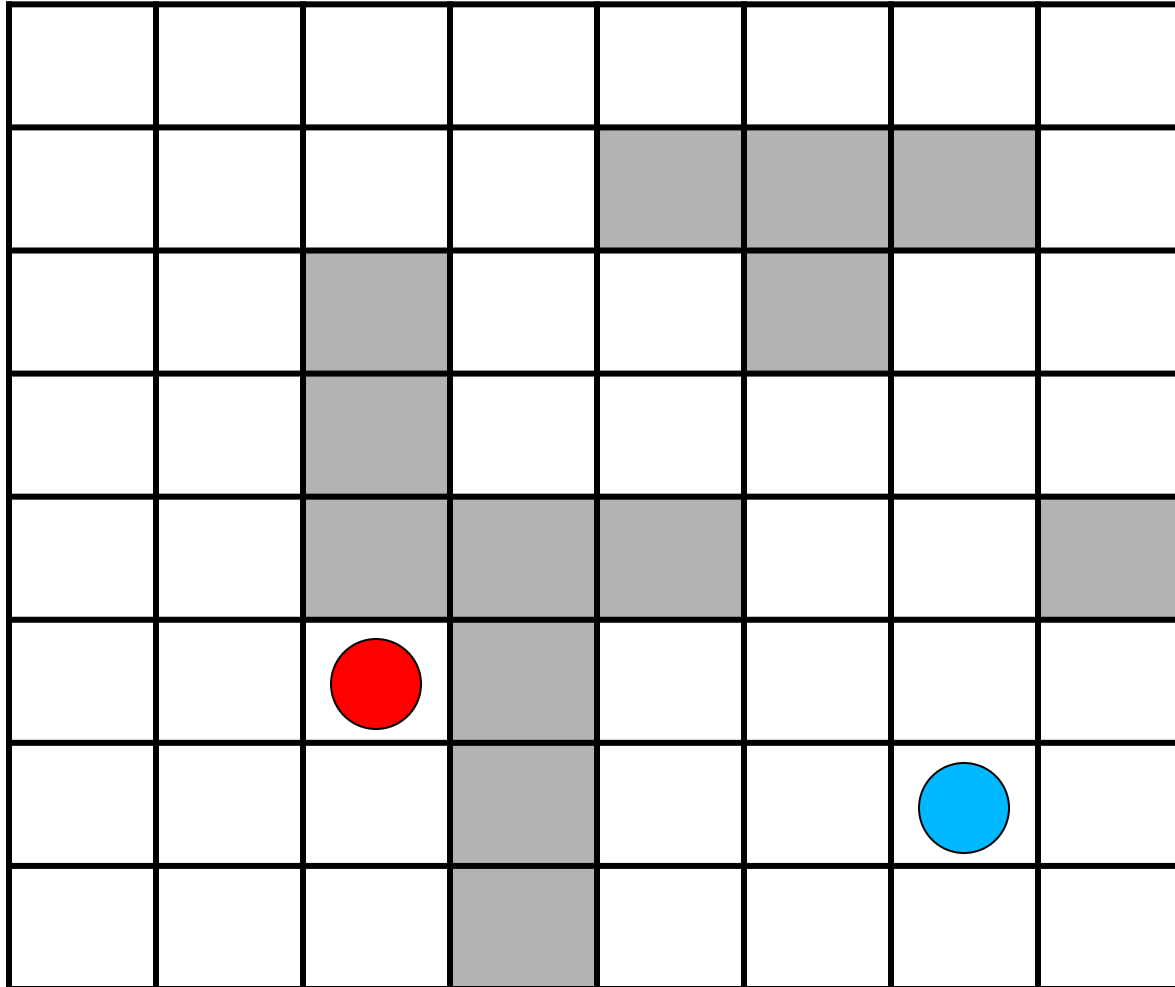


# Úvahy o hľadání cesty

- Namiesto zdanlivo jednoduchšej úlohy riešme zložitejšiu a **všeobecnejšiu úlohu**:
  - Pre každé políčko vypočítajme, ako je vzdialené od štartovacieho políčka ...
- **Zjavné fakty**:
  - štartovacie políčko je vzdialené 0 od štartovacieho políčka
  - ak je políčko vo vzdialenosti  $d$  od štartu, potom niektorý jeho sused bude vo vzdialenosti  $d-1$  od štartu



# Počítanie vzdialenosti

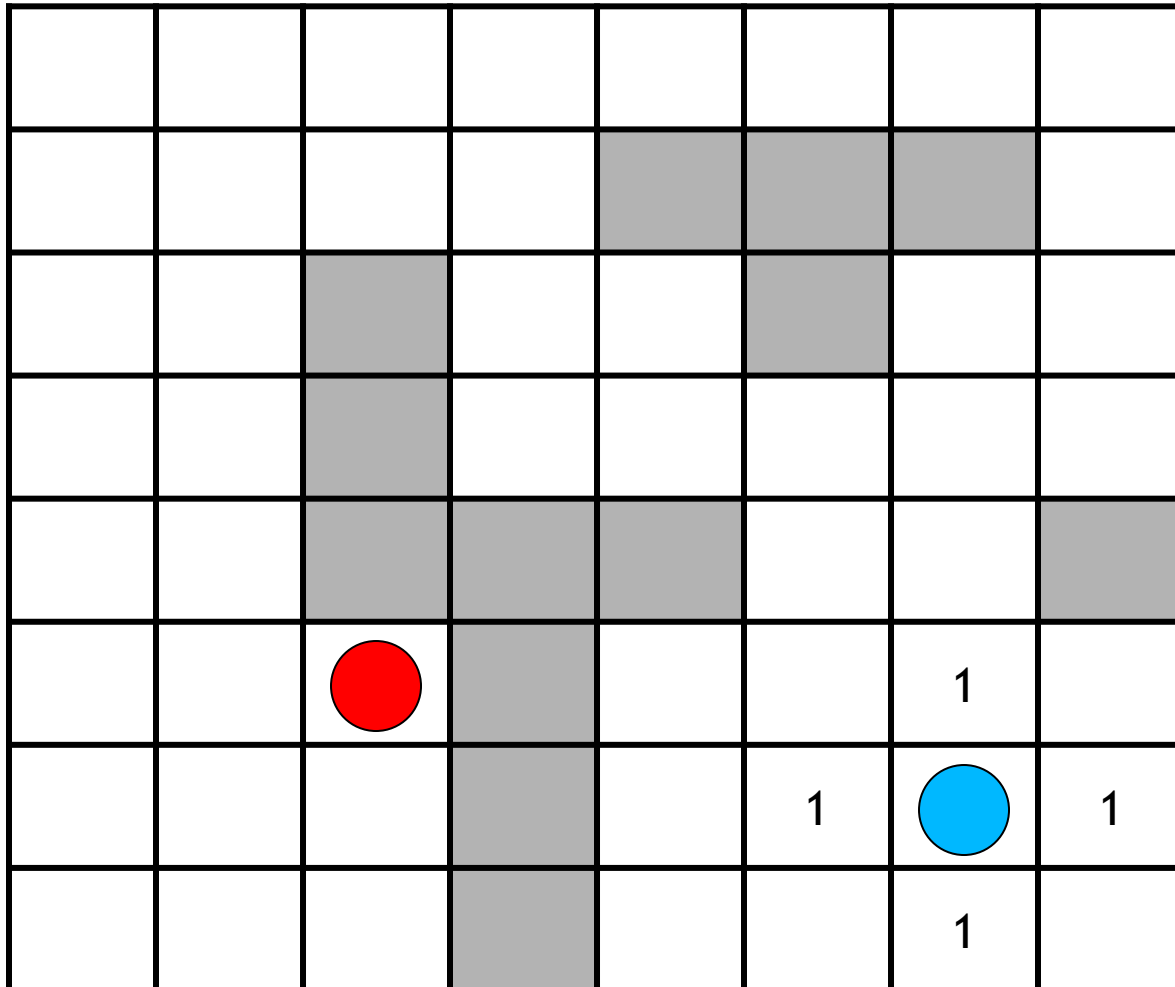


Štart: ●

Cieľ: ●



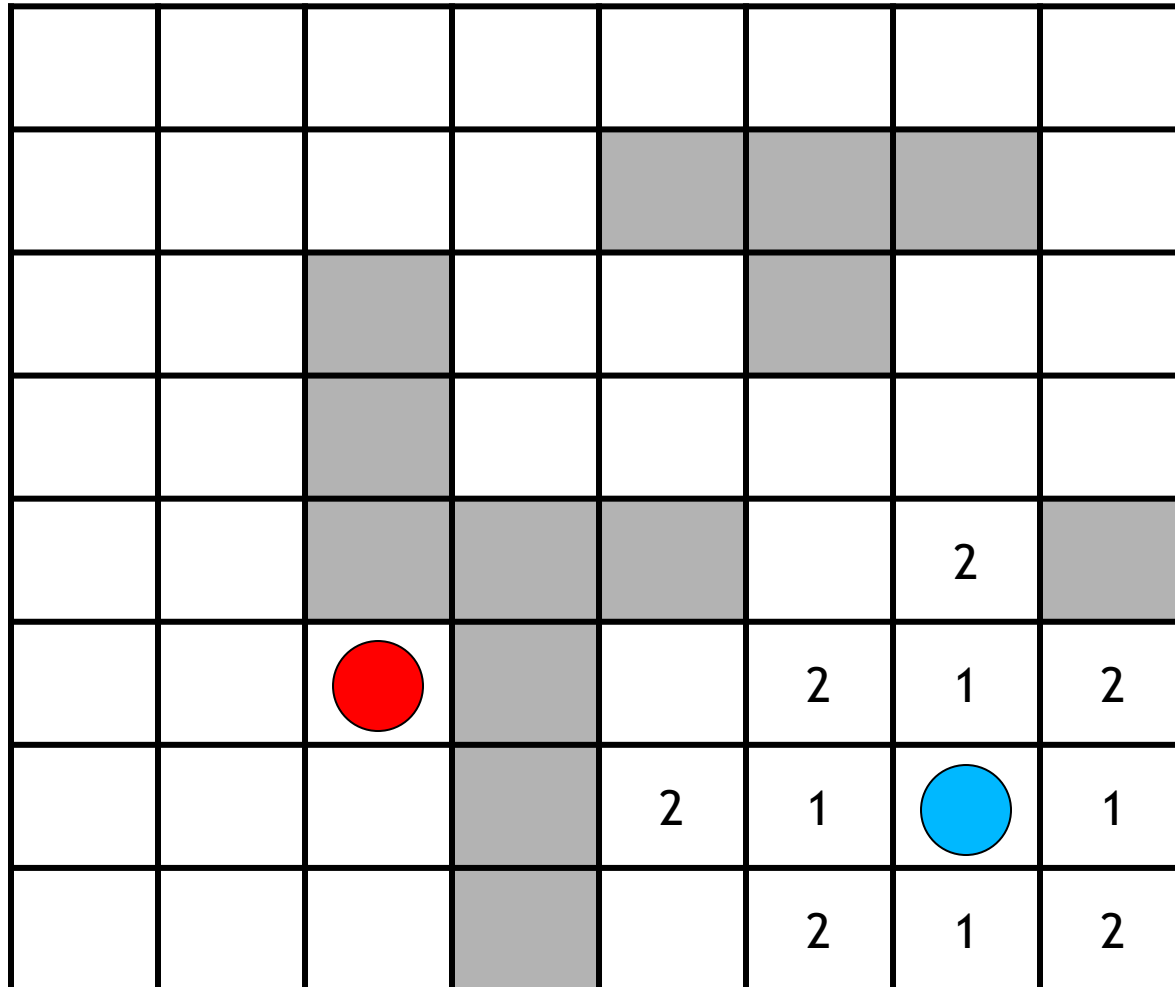
# Počítanie vzdialenosti



Všetkým susedom  
štartovacieho  
políčka nastavíme  
vzdialenosť 1



# Počítanie vzdialenosti



Všetkým susedom políčok so vzdialenosťou 1 od štartu nastavíme vzdialenosť 2





# Počítanie vzdialenosti

						3	
					3	2	
		●		3	2	1	2
				2	1	●	1
				3	2	1	2

Všetkým susedom  
políčok so  
vzdialenosťou 2  
od štartu  
nastavíme  
vzdialenosť 3



# Počítanie vzdialenosti

						4	
					4	3	4
					3	2	
		●		3	2	1	2
				2	1	●	1
				3	2	1	2

Všetkým susedom políčok so vzdialenosťou 3 od štartu nastavíme vzdialenosť 4



# Počítanie vzdialenosti

						4	5	
				5	4	3	4	
					3	2		
					3	2	1	2
					2	1	1	1
					2	1	1	2
					3	2	1	2

Všetkým susedom políčok so vzdialenosťou 4 od štartu nastavíme vzdialenosť 5





# Počítanie vzdialenosti

							6
				6		4	5
			6	5	4	3	4
					3	2	
				3	2	1	2
				2	1		1
				3	2	1	2

Všetkým susedom políčok so vzdialenosťou 5 od štartu nastavíme vzdialenosť 6



# Počítanie vzdialenosti

12	11	10	9	10	9	8	7
11	10	9	8				6
12	11		7	6		4	5
13	12		6	5	4	3	4
14	13				3	2	
15	14			3	2	1	2
16	15	16		2	1		1
17	16	17		3	2	1	2



# Ako na efektívny program?

- Pre každé políčko si pamätáme jeho vypočítanú vzdialenosť' od štartovacieho políčka
  - na začiatku  $-1$  (nevypočítaná vzdialenosť')
- Pracujeme v krokoch:
  - v  $i$ -tom kroku nastavíme všetkým „nespracovaným“ susedom políčok s hodnotou  $i$  ich vzdialenosť' na  $i+1$ .
  - naivná implementácia vyžaduje navštíviť všetkých  $n$  políčka poľa v každom kroku ...  $O(n)$
  - najviac  $n$  krokov:  $n \cdot O(n) = O(n^2)$





# Ako na efektívny program?

- Pre každé políčko si pamätáme jeho vypočítanú vzdialenosť od štartovacieho políčka
  - na začiatku  $-1$  (nevypočítaná vzdialenosť)
- Udržiavame si **rad** so súradnicami políčok, pričom pre každé políčko čakajúce v rade platí:
  - políčko už má vypočítanú svoju vzdialenosť od štartovacieho políčka
  - susedia tohto políčka môžu byť bez vypočítanej vzdialenosti od štartovacieho políčka



# Schéma algoritmu

## Algoritmus prehľadávania do šírky

- kým *rad nie je prázdny* opakuj
  - vyber prvé políčko P v rade
  - pozri sa na **každé** susedné políčko S políčka P
    - ak **S nemá nastavenú vzdialenosť'** (jeho vzdialenosť' je -1), potom:
      - nastav pre S vzdialenosť' o 1 väčšiu ako má P:  
$$\text{vzdialenosť}'(S) = \text{vzdialenosť}'(P) + 1$$
      - zarad' S na koniec radu (lebo sa treba ešte pozrieť' aj na susedov políčka S)





# Prečo to funguje?



## ● Tvrdenia o behu algoritmu

- každé políčko v rade má vypočítanú svoju vzdialenosť od štartu
- každé políčko sa dostane do radu **len raz ...  $O(n)$** 
  - pred vložením do radu sa mu nastaví vzdialenosť na číslo rôzne od -1, čo bráni opätovnému zaradeniu do radu
- **všetky** políčka s vzdialenosťou  $d$  od štartu sú vybrané z radu **pred všetkými** políčkami so vzdialenosťou  $d+1$  (vd'aka radu a spôsobu spracovania)
  - formálne sa dokáže indukciou na  $d$  (sporom sa ukáže, že sa nemôžu predbehnúť a že na žiadne políčko vo vzdialenosti  $d+1$  sa nemôže zabudnúť za splnenia indukčného predpokladu)





# Nájdienie cesty

12	11	10	9	10	9	8	7
11	10	9	8				6
12	11		7	6		4	5
13	12		6	5	4	3	4
14	13				3	2	
15	14			3	2	1	2
16	15	16		2	1		1
17	16	17		3	2	1	2

## Algoritmus:

- Začínáme v ciele
- Vždy sa vyberieme na to susedné políčko, ktoré má o 1 menšiu vzdialenosť od štartovacieho políčka ako to, na ktorom práve stojíme.

Spätné hľadanie



ak nie sú otázky...

**Ďakujem za pozornosť!**

